

Problema 1.

Conductividad térmica en un gas (10 puntos)

La conducción térmica se define como la transferencia de energía interna entre dos puntos de un gas cuando hay una diferencia de temperatura ΔT . Si consideramos la corriente calorífica $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$, como cantidad de calor transferido por un intervalo de tiempo Δt en una sola dirección, esta queda definida como:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = H = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Donde κ es una constante conocida como coeficiente de conductividad térmica, y A es el área transversal a la dirección en la que se da el flujo de calor.

El camino libre medio λ es la distancia media que recorre una molécula antes de colisionar con otra.

En este problema trataremos un modelo simplificado para encontrar la conductividad térmica de un gas. Para esto asumiremos moléculas esféricas de radio r , que se mueven en una sola dirección con velocidad media, v , y sea n_0 es el número de moléculas por unidad de volumen.

- A.** Demuestre que el camino libre medio modelando un área efectiva para la colisión viene dado por **2.5 pt**

$$\lambda = \frac{1}{4 \pi r^2 n_0}$$

La cual indicará la máxima área para que la molécula pueda colisionar.

Ayuda: Encuentre el número de moléculas con las que choca una de estas al viajar un tiempo.

La teoría cinética de los gases predice que la energía interna de un gas monoatómico está dada por:

$$E_c = Nc_vT = \frac{3}{2}Nk_B T$$

donde N es el número de partículas (moléculas), c_v es el calor específico a volumen constante del gas, k_B es la constante de Boltzmann y T la temperatura del gas.

B. ¿Cuál debe ser el incremento de energía que se le da a cada molécula para incrementar la temperatura del gas en 1K? **1.0 pt**

C. Calcule la cantidad de energía media ganada o liberada por una molécula entre dos choques consecutivos si se encuentra en un gradiente de temperatura $\Delta T/\Delta x$ en la dirección x . **1.5 pt**

D. Dé una expresión para la transferencia de energía por unidad de tiempo y área teniendo en cuenta el resultado anterior y sabiendo que hay n_0 partículas por unidad de volumen con velocidad media v . **1.5 pt**

La teoría cinética de los gases también predice que la velocidad media de las partículas en un gas es:

$$v = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}}$$

E. Con ayuda de los resultados anteriores encuentre una expresión para la conductividad térmica del gas en función de la temperatura del gas. **2.0 pt**

En un experimento de medición de la conductividad térmica de argón (se comporta como un gas ideal) se obtuvieron las siguientes curvas:

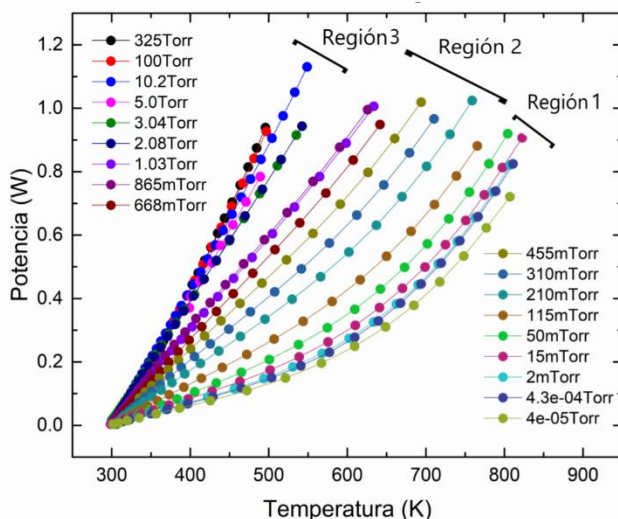


Figura 1. Curvas de potencia vs temperatura a presión constante.

En la Fig.1 se identifican tres regiones debido a diferentes comportamientos:

- Cuando el camino libre medio es del orden de las dimensiones del contenedor ($\lambda \sim L$) la conductividad térmica deja de ser dependiente de λ debido a los choques con las paredes. Este hecho es la base sobre la cual se basa el funcionamiento de los manómetros de Pirani, ya que permiten relacionar la presión con la conductividad térmica del gas sometido a un flujo de calor constante.
- Cuando el camino libre medio es mucho menor que las dimensiones del contenedor ($\lambda \ll L$) la conductividad térmica es predicha por las relaciones encontradas anteriormente.
- Al ser el camino libre medio mucho mayor a las dimensiones del contenedor ($\lambda \gg L$) la conductividad térmica deja de ser dependiente del camino libre medio y además procesos transferencia de calor por radiación tienen mayor relevancia.

F. Asocie cada una de estas regiones de la figura con estos comportamientos. **1.5 pt**

